IES AZCONA – ALMERÍA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTIVIDADES RECUPERACIÓN EVALUACIÓN SEPTIEMBRE

NIVEL: 4º ESO –op. A

Alumno/a :______________________________ Nivel: 4º Opción A

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

1 Números racionales

1 Halla una fracción equivalente a $\frac{4}{9}$ que tenga denominador 36. ¿Es la fracción $\frac{4}{9}$ equivalente a la fracción $\frac{10}{18}$? ¿Por qué?

2 Efectúa las siguientes operaciones. Simplifica el resultado.

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}-\left[1-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{3}-\frac{3}{20}\right]$

b) $\frac{2}{3}\cdot\left[\frac{8}{9}-\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{6}\right)\right]-\frac{1}{3}:\frac{9}{2}$

3 Dos de cada seis asistentes a una convención europea son españoles, el 30% son franceses, cuatro quinceavos son ingleses y el resto alemanes.

a) ¿Qué fracción de los asistentes son españoles? ¿Y franceses? ¿E ingleses? ¿Y alemanes?

b) Ordena los países de menor a mayor según el número de asistentes. Para ello, reduce a común denominador y compara las fracciones.

c) Representa las fracciones sobre una misma recta y ordénalas de menor a mayor. Contrasta este resultado con el del apartado anterior.

d) Si en total han asistido 900 personas, calcula el número de asistentes de cada nacionalidad.

4 De un solar se vendió un noveno de su superficie, y después un tercio. Si aún quedan sin vender 1440 m², ¿cuántos metros cuadrados tenía el solar?

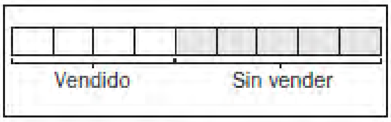
Para resolver el problema, sigue los siguientes pasos.

1.° Fracción de la primera venta: 1\9

2.° Fracción de la segunda venta: $\frac{1}{3}$

3.° Fracción de la primera + segunda la venta: $\frac{1}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$

4.° Sin vender $= 1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$



$\frac{5}{9}$ *son 1440 m²* $\Rightarrow \frac{1}{9}$ *son 288 m²* $\Rightarrow \frac{9}{9}$ *son 2592 m². Solar = 2592 m².*

Ahora resuelve tú el siguiente problema siguiendo los pasos anteriores.

"De un barril de aceite se extraen dos octavos y, posteriormente, cinco doceavos. Si aún quedan sin sacar 100 litros, ¿cuántos litros de aceite había en el barril?"

5 Lee detenidamente el siguiente problema. Encuentra qué diferencia hay con el problema de la actividad 3. De un solar se vendió un noveno de su superficie y, después, un tercio de lo que quedaba. Sin aún quedan sin vender 1440 m², ¿cuántos metros cuadrados tenía el solar?

El problema es similar al anterior, pero fíjate bien en las palabras subrayadas. Vamos a resolverlo siguiendo los siguientes pasos.

1.° Fracción de primera venta: $\frac{1}{9}$

2.° Fracción sin vender después de la primera venta: $1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

3.° Fracción de segunda venta: $\frac{1}{3}$ de lo que quedaba sin vender $=\frac{1}{3}$ *de* $\frac{8}{9}=\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{9}=\frac{8}{27}$

Ya sabemos lo que ha vendido en la primera y en la segunda ventas. Ahora continúa como en el problema anterior (en el tercer paso).

Acaba el problema y después resuelve el siguiente: "Lucía compró un equipo de música y lo pagó en tres plazos. En el primero abonó dos tercios de su precio, y en el segundo, un sexto de lo que quedaba por pagar. Si efectuó un tercer pago de 100 euros, ¿cuánto costaba el equipo? ¿Cuánto pagó en cada plazo?".

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

2 Números reales

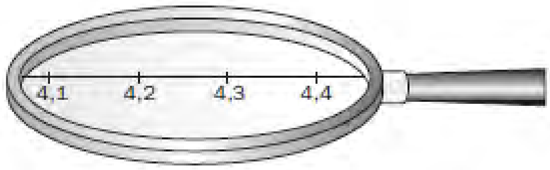
1 Completa la tabla siguiente y escribe las mejores aproximaciones, hasta el orden indicado, por exceso y por defecto, y los redondeos del número $10\pi = 31{,}41592654...$

	Decenas	Unidades	Décenas	Centésimas	Milésimas	Diezmilésimas
Exceso	40					
Defecto				31,41		
Redondeo				31,42		

2 Las siguientes expresiones decimales y fracciones corresponden todas a dos números racionales distintos. Redondea en rojo aquellas que correspondan a un número racional y en verde aquellas que correspondan a otro.

$\frac{-156}{-9}$; $\sqrt{100}$; $\frac{52}{3}$; 0,25; $17,\widehat{3}$; $\frac{104}{6}$; $\frac{10}{40}$; 0,2500; $\frac{5}{20}$

3. Representa en la recta real de la imagen un decimal exacto y uno periódico comprendidos entre los números dados.



4. Observa los pasos seguidos para aproximar el número $\sqrt{3}$ por exceso con 3 cifras decimales y hallar los correspondientes errores absoluto y relativo.

"Calculo $\sqrt{3}$ con la calculadora y me quedo con las 3 primeras cifras decimales, sumo una unidad a la cifra correspondiente a las centésimas." *aproximación* $\rightarrow$ 1,733

"Para hallar el error absoluto calculo: $|\sqrt{3} - 1{,}733|$.*"* *e. a.* $\rightarrow$ 0,000949192

"Para hallar el error relativo calculo: $\frac{e.a.}{\sqrt{3}}$.*"* *e. r.* $\rightarrow$ 0,00054801

Intenta hacer lo mismo para aproximar el número por defecto con 3 cifras decimales.

5. Escribe un decimal exacto, un decimal periódico puro, un decimal periódico mixto y un número irracional comprendidos entre los números 1,7 y 1,8. Ordénalos de menor a mayor.

6. Expresa mediante intervalos el conjunto de números reales que verifican:

a) Son menores que $\frac{3}{4}$.

b) Son mayores que 0.

c) Son mayores o iguales que $\frac{-2}{5}$.

d) Son menores o iguales que $\frac{5}{2}$ y mayores que $\frac{-3}{7}$.

7. Completa la siguiente tabla.

		
		$(-3, 2)$
	$-5 \leq x < -2$	
	$x > 15$	

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

3 Potencias y raíces

1 Expresa las siguientes cantidades en notación científica.

a) 6 000 000 000 000 000 000 000 000 c) 0,000000000000000000000001200

b) 0,0000000000000000000000000166 d) 0,000000000360

Opera en notación científica. Expresa el resultado en la misma notación.

a) (6 000 000 000 000 000 000 000 000 · 0,000000000000000000000001200) : 0,000000000360

b) 0,000000000000000000000001200 + 0,0000000000000000000000000166

2. Completa la siguiente tabla.

$\sqrt[8]{2^6}$	$\sqrt[4]{2^3}$	$2^{\frac{6}{8}}$	$2^{\frac{3}{4}}$
$\sqrt{3^3} \cdot \sqrt{2^3}$	$\sqrt{3^3 \cdot 2^3}$	$\sqrt{6^3}$	$6^{\frac{3}{2}}$
$\underline{\sqrt[4]{6^2}}$	$\sqrt[4]{\dfrac{6^2}{3^2}}$	$\sqrt[4]{\left(\dfrac{6}{3}\right)^2}$	$\sqrt[4]{2^2}$
$\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)^5$	$\sqrt[3]{\sqrt{2^5}}$	$\sqrt[6]{2^5}$	$2^{\frac{5}{6}}$

3. Siguiendo los pasos del ejemplo, extrae todos los factores posibles de los radicales.

$\sqrt[3]{800} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 5^2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{5^2} = 2\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{5^2} = 2\sqrt[3]{2^2 5^2} = 2\sqrt[3]{100}$

a) $\sqrt{50}$ b) $\sqrt[4]{48}$ c) $\sqrt[3]{32000}$ d) $\sqrt[5]{4860}$ e) $\sqrt[3]{108000}$

4. Completa con el valor correspondiente para que se verifique la siguiente suma de radicales.

$\sqrt{50} + 2\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot \_\_\_^2} + 2\sqrt{\_\_\_ \cdot 3^2} = \_\_\_\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = (5 + 6)\sqrt{2} = \_\_\_\sqrt{2}$

5. Siguiendo el proceso de la actividad anterior, efectúa las siguientes operaciones.

a) $\sqrt[3]{1024} + \sqrt[3]{250}$ b) $2\sqrt[4]{405} - 3\sqrt[4]{3125}$ c) $\sqrt[3]{108000} - \sqrt[3]{37044}$ d) $7\sqrt{2000} + 3\sqrt{2880}$

6. Reduce a común denominador los siguientes radicales y ordénalos de mayor a menor: $\sqrt[3]{12}$, $\sqrt[6]{5}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt{7}$.

7. Completa con el valor correspondiente para que se verifiquen las siguientes operaciones de radicales.

a) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{6} = 9^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{1}{\_}} = 9^{\frac{2}{\_}} \cdot \_^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{9^{\_\_}} \cdot \sqrt[6]{6^3} = \sqrt[6]{9^2 \cdot 6^3} = \sqrt[6]{(\_\_\_^2)^2 \cdot (2 \cdot 3)^{\_}} = \sqrt[6]{3^{\_} \cdot 2^3 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 3^{\_}} =$

$= \_\_\_\sqrt[6]{2^3 \cdot 3} = 3\sqrt[6]{\_\_\_}$

b) $\sqrt{72} : \sqrt[4]{64} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2} : \sqrt[4]{2^{\_}} = \_\_\_ \cdot 3 \cdot \sqrt{2} : \_\_\_ \cdot \sqrt[4]{2^2} = \_\_\_\sqrt{2^2} : 2\sqrt[4]{2} = 6\sqrt[\_]{2^2} : 2\sqrt[4]{2} = \_\_\_ \sqrt[4]{\_\_\_}$

8. Siguiendo el proceso de la actividad anterior, efectúa las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[3]{32000} \cdot \sqrt[5]{4860}$ b) $\sqrt[6]{320} \cdot \sqrt[4]{162}$ c) $\sqrt[4]{192} : \sqrt[3]{54}$ d) $\sqrt{18} \cdot \sqrt[3]{5400}$

9. Aplicando los procesos de las actividades anteriores, y recordando la jerarquía de operaciones, efectúa las siguientes operaciones.

a) $(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}) \cdot \sqrt[6]{16}$ b) $\sqrt[6]{32} + \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{54}$

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

4 Polinomios

1 Dados los polinomios $P(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 5$, $Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5$ y $R(x) = x^4 - 5x^2 + 6$, relaciona con flechas las dos columnas.

$P(-1)$	1
$Q(2)$	
Término independiente de $Q(x)$	2
Grado $P(x)$	
Término independiente de $R(x)$	3
Grado $R(x)$	
$R(-2)$	4
Término independiente de $P(x)$	5
Grado $Q(x)$	
Grado de $P(x) + Q(x)$	6

2. Rodea los números de la columna de la derecha que sean raíces de cada polinomio.

Polinomios	Posibles raíces
$P(x) = x^2 - 3x + 2$	1, −1, 2, 3, −5, 6
$Q(x) = x^3 - 7x - 6$	−1, 1, −2, 2, −3, 3
$R(x) = x^4 - 13x^2 + 36$	0, −1, 1, −2, 2, 3

3. Dados los polinomios $P(x) = 3x^4 - 5x^3 + 7x - 3$ y $Q(x) = x^2 - x$, efectúa las siguientes operaciones.
a) $P(x) + Q(x)$ **b)** $P(x) - Q(x)$ **c)** $P(x) \cdot Q(x)$ **d)** $P(x) : Q(x)$

4. Realiza las siguientes operaciones.
a) $(4x - 2)(4x + 2)$ **b)** $(3x - 2)2$ **c)** $(2x - 2)3$ **d)** $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ **e)** $\left(x + \frac{1}{5}\right)^2$

5. Completa el siguiente esquema para que se verifique la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{c|ccc} & ¿ & -6 & 4 \\ 1 & & 2 & ¿ \\ \hline & 2 & ¿ & 0 \end{array}$$

Escribe el dividendo, el divisor, el cociente y el resto de la división.

6. Observa el siguiente ejemplo y, basándote en él, factoriza los siguientes polinomios.
a) $Q(x) = 3x^4 - 18x^3 + 27x^2$ **b)** $R(x) = x^4 - 16x^2$ **c)** $S(x) = x^3 + 3x^2 - 25x + 21$

Vamos a factorizar el polinomio siguiendo estos pasos.

		$P(x) = 2x^4 + 6x^3 - 8x$
Paso 1	*Extraer factor común, si se puede.*	$P(x) = 2x(x^3 + 3x^2 - 4)$
Paso 2	*Comprobar si el polinomio que queda entre paréntesis es alguna igualdad notable.*	*En este caso, no se trata de alguna igualdad notable*
Paso 3	*Buscar los divisores de la forma x − a. En este paso se pueden utilizar diversos métodos de los ya estudiados: regla de Ruffini, teorema del factor o resolver la ecuación de segundo grado en el caso de que el polinomio que tuviéramos fuera de grado 2.*	*Aplicamos Ruffini al polinomio que tenemos,* $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4$, *y se obtiene* $Q(x) = (x - 1)(x^2 - 4x + 4)$ *Ahora nos queda:* $P(x) = 2x(x - 1)(x^2 - 4x + 4)$
Paso 4	*Volver al paso 2 con el polinomio que tenemos entre paréntesis.*	*El polinomio* $x^2 - 4x + 4$ *es una igualdad notable, y se tiene* $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

Ahora tenemos $P(x) = 2x(x - 1)(x - 2)^2$. *El proceso termina cuando el polinomio está totalmente factorizado o cuando nos encontramos con un polinomio irreducible.*

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

5 Ecuaciones, inecuaciones y sistemas

1 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3(x-1)+2x=7-(x-2)$ b) $1-\frac{2x-9}{6}=\frac{1}{3}+\frac{6-x}{2}$

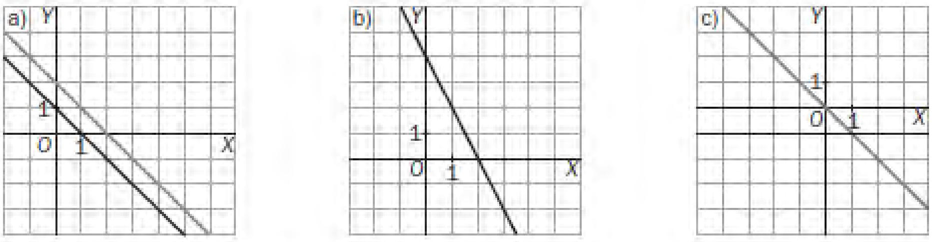
2. Asocia las siguientes ecuaciones con sus soluciones reales.

$x=5$ doble	$2x^2-8=0$
ninguna	$x(x-1)(x^2-49)=0$
$x=1;\ x=0,\ x=7;\ x=-7$	$x^4-5x^2-36=0$
$x=3;\ x=-3$	$x^2+1=0$
$x=5$ triple	$x^2-10x+25=0$
$x=2;\ x=-2$	$x^2-x-2=0$
$x=2;\ x=-1$	$4(x-5)^3=0$

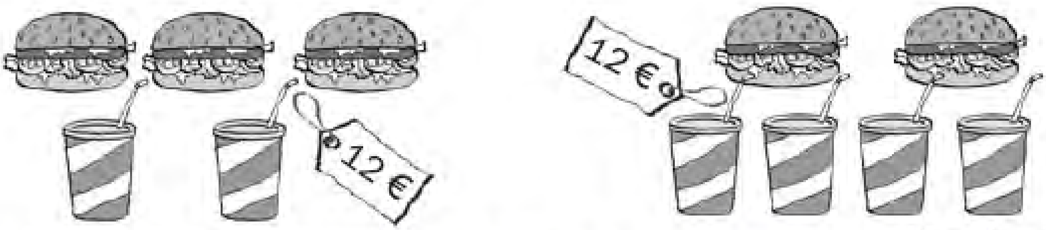
3. Asocia cada sistema de ecuaciones con su representación gráfica.

- Observando la representación deduce cuál es la solución del sistema.
- Clasifica cada sistema de acuerdo a sus soluciones.

a) $\begin{cases}4x+2y=8\\2x+y=4\end{cases}$ b) $\begin{cases}x+y=1\\2x+2y=4\end{cases}$ c) $\begin{cases}-x-y=0\\y=-1\end{cases}$



4. Calcula el precio de una hamburguesa y un refresco.



5. La tabla muestra los pasos que tienes que seguir para resolver la inecuación de primer grado $\frac{3(x-1)}{3}\geq\frac{6x-4}{5}$.

1.º Eliminamos paréntesis.	$\frac{3x-3}{3}\geq\frac{6x-4}{5}$
2.º Suprimimos denominadores.	$15x-15\geq 18x-12$
3.º Transponemos términos.	
4.º Reducimos términos semejantes.	
5.º Despejamos la incógnita: debemos tener en cuenta que al dividir entre un número negativo, la desigualdad cambia de sentido.	
6.º Escribimos el conjunto solución.	

Completa la tabla anterior y utilízala para resolver las siguientes inecuaciones.

a) $\frac{x}{6}-1\leq 2-\frac{1-x}{3}$ b) $2(1-x)-3+3(x-2)<1$ c) $\frac{3x+2}{3}\geq\frac{5x-4}{6}$

ALUMNO/A: ________________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

6 Proporcionalidad directa e inversa

1 Observa cómo hemos realizado el siguiente reparto directamente proporcional y después haz algo similar para resolver el problema.

Para repartir 3000 euros entre tres personas de forma directamente proporcional a 2, 3 y 5, podemos:

1.º *Hacer paquetes iguales con los billetes.*

2.º *Dar 2 paquetes a la primera persona, 3 a la segunda y 5 a la tercera.*

3.º *Para poder hacer esto, hay que formar 2 + 3 + 5 = 10 paquetes iguales con los 3000 euros, por lo que cada paquete tendrá 3000 : 10 = 300 euros.*

4.º *En el dibujo se ve cuánto le corresponde a cada uno.*

Reparte 560 euros entre tres personas de manera directamente proporcional a 3, 5 y 6.

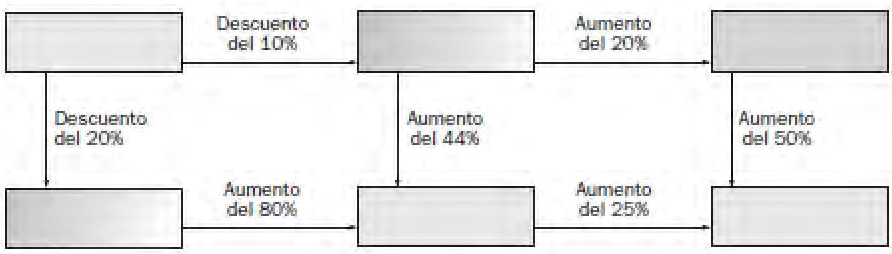
2 Completa la siguiente tabla como en los ejemplos.

Espacio (km)	100	240	60		300	210		60	270
Velocidad (km/h)	50	80	40	100		60	20		45
Tiempo (h)	2	3	1,5	2,5	4		6,5	0,5	

a) ¿Cuáles de estas magnitudes son directamente proporcionales?

b) ¿Cuáles son inversamente proporcionales?

3 Completa comenzando por cualquier número y comprueba que se cumple lo que pone en todas las flechas.



4 Indica cómo se gana más dinero si realizamos una inversión al 6%.

a) A interés simple durante 10 años

b) A interés compuesto durante 8 años

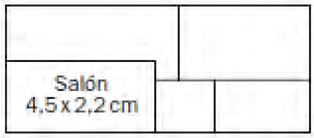
Pista: puedes calcular el capital final en cada caso siendo el capital inicial una cantidad cualquiera, por ejemplo, 100 euros, y compararlos.

5 Completa las siguients etiquetas de diferentes productos.

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

7 Semejanza y trigonometría

1 Calcula la superficie del salón de esta vivienda y la superficie total de la misma en metros cuadrados, sabiendo que la escala del dibujo es 1 : 150.



Vivienda 9,5 x 4 cm

2 Justifica que si dos triángulos isósceles tienen un ángulo de 100 grados, entonces son necesariamente semejantes. ¿Se podría decir lo mismo si ambos tienen al menos un ángulo igual de 70 grados?

3 Los triángulos *ABC* y *DEF* verifican las siguientes condiciones: $AB = \sqrt{2}\, DE$, $BC = \sqrt{2}\, EF$ y $\widehat{B} = \widehat{E}$.

a) ¿Son semejantes los triángulos? En caso afirmativo, enuncia el criterio de semejanza en el que te basas y calcula la razón de semejanza.

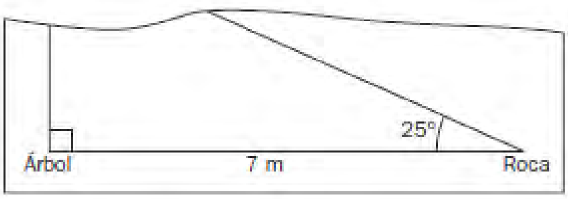
b) Del triángulo *DEF* se sabe que $DE = \sqrt[3]{4}$, $EF = 3$ y $DF = \sqrt{2}$. Halla la longitud de los lados del triángulo *ABC*.

4. Con ayuda de la calculadora, completa la tabla.

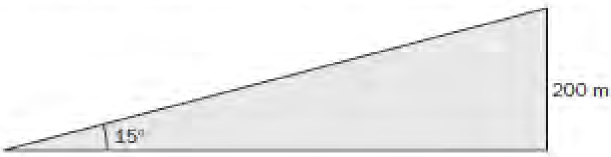
α	Razón trigonométrica		
	Sen α		*Tg* α
0°			
10°			
15° 12' 14"			
	0,5		
		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
60°			
90°			

5 De un ángulo agudo α se sabe que $\cos \alpha = \frac{1}{4}$. Sin ayuda de la calculadora, halla sen α y tg α.

6 Mi amigo Ernesto ha encontrado el mapa de un tesoro escondido, pero está roto y solo tiene una parte. Se sabe que el tesoro se encuentra enterrado en el vértice que falta en el dibujo. ¿Podrías ayudarle a calcular la distancia del tesoro a la roca y al árbol?



7. Desde una barca de pesca se ve la luz de un faro con un ángulo de 15°. Sabiendo que la altura del faro sobre el nivel del mar es 200 metros, ¿a qué distancia se encuentra la barca de la costa?



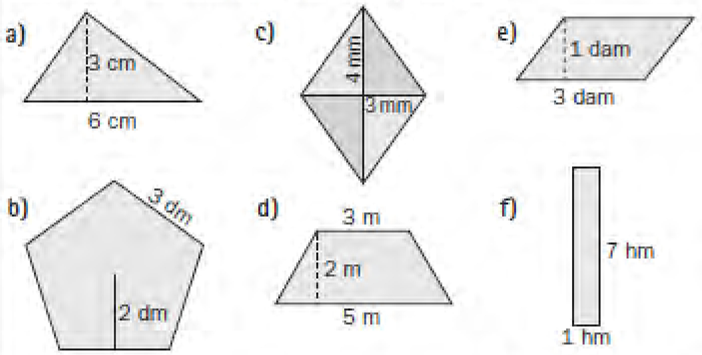
IES AZONA – ALMERÍA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

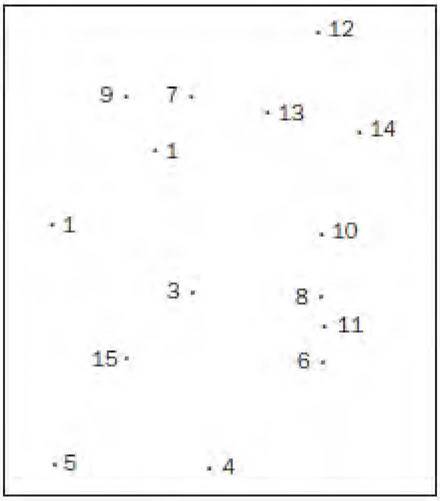
ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN DE SEPTIEMBRE

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

8 Longitudes, áreas y volúmenes

1 Calcula las áreas de las siguientes figuras. Marca en el recuadro los números que se corresponden con dichas áreas y únelas con líneas rectas por orden (primero el apartado a, luego el b, etc.), hasta volver a acabar con el a. Obtendrás una letra. ¿Cuál es?





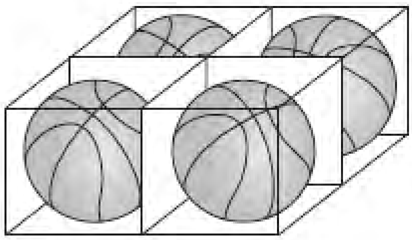
2 Se meten cuatro balones iguales en una caja, de manera que cada uno es tangente a los dos que tiene a su lado y a cuatro caras dela caja, como se observa en la figura. La arista de la base de la caja es de 48 centímetros. Calcula los siguientes datos.

a) El radio del balón.

b) El área de la superficie exterior de cada balón.

c) El volumen que ocupan los cuatro balones.

d) La relación o cociente que hay entre el volumen ocupado por los balones y el volumen del espacio libre que queda en la caja.



3 A veces, para calcular el volumen de objetos muy pequeños es más sencillo calcular lo que ocupan varios de ellos y luego dividir el volumen obtenido entre el número de objetos que hemos agrupado.

Utiliza esta técnica para calcular el volumen, en milímetros cúbicos, de una moneda de dos euros. Pon varias monedas apiladas como en el dibujo (por ejemplo, 10), calcula el volumen del cilindro resultante y luego divídelo entre el número de monedas utilizadas (en este caso, 10).

4 Las dimensiones de la base de un ortoedro son 4m x 6 m. Sabiendo que la diagonal del ortoedro mide 4 m. Halla:

a) La diagonal de la base.

b) La altura del ortoedro.

c) El volumen del ortoedro.

5. La altura de una pirámide cuadrangular mide 4 cm y el lado de la base mide 6 cm. Halla:

a) La altura de una cara lateral.

b) El área de una cara lateral.

c) El área lateral

d) El área de la base.

e) El área total de la pirámide.

f) El volumen de la pirámide.

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

9 Vectores y rectas en el plano

1 ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta $2x + 2y = 5$?

a) $(1, 1)$ b) $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ c) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ d) $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ e) $\left(-2, \frac{9}{2}\right)$

2 Dada las rectas $y = 2x - 1$ e $y = -4x + 5$. Contesta razonadamente.

a) ¿Cuál es la pendiente de cada una de ellas? En vista de la pendiente, ¿son rectas crecientes o decrecientes?

b) ¿Cuál es la ordenada en el origen de cada una de ellas?

c) ¿Son rectas secantes, paralelas o coincidentes? En caso de que sean secantes calcula de forma analítica el punto de corte.

3. Halla las coordenadas del vector que tiene como origen $A(-1, 2)$ y extremo $B(3, 5)$. Calcula su módulo.

4. Dados los puntos $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, $C(4, 0)$, $D(4, 5)$ y $E(1, 5)$.

a) Representa los vectores fijos AB, BC, CD, DE y EA.

b) Determina sus coordenadas y calcula sus módulos.

5. Dados los vectores $\vec{u} = (2, -1)$ y $\vec{v} = (-1,2)$ halla:

a) $\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} - \vec{v}$ c) $2\vec{u}$ d) $3\vec{v}$ e) $2\vec{u} + 3\vec{v}$

6. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $(2, 1) = 3(2, 3) + 4(1, 2)$ b) $(2, 1) = 3(2, 3) - 4(1, 2)$

7. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) El módulo de $\vec{a} + \vec{b}$ es el módulo de $\vec{a}$ más el módulo de $\vec{b}$.

b) Dos vectores equipolentes son paralelos o están alineados.

c) $5(3, -1) + 3(-6, 2) = (-3, 1)$.

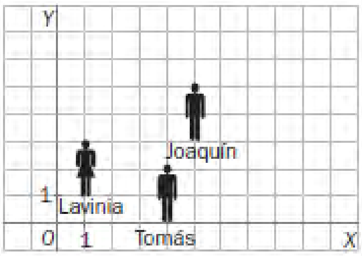
d) Si dos vectores tienen el mismo argumento, entonces poseen la misma dirección y sentido.

e) El vector que tiene el origen de $\vec{a}$ y el extremo de $\vec{b}$ es $\vec{a} + \vec{b}$.

8. Lavinia, Tomás y Joaquín se encuentran en una habitación con el suelo embaldosado como en la figura.

a) Indica las coordenadas de la posición de cada persona.

b) Calcula la distancia que separa a Lavinia y Tomás si cada baldosa mide un metro.



9. En el siguiente ejemplo se explican los pasos que se deben seguir para, a partir de la ecuación vectorial de una recta, conseguir las ecuaciones paramétricas, la continua, la general y la explícita.

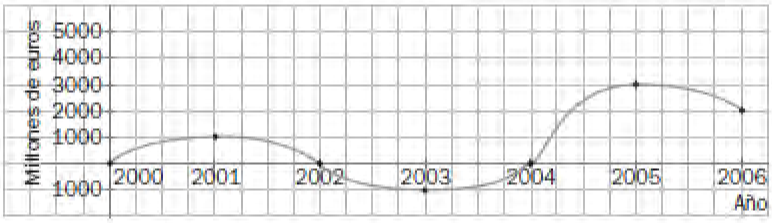
Procedimiento	Operaciones	Ecuación
Ecuación vectorial: $(x, y) = (-1, 2) + t(3, -2)$	....	....
Ecuaciones paramétricas: se multiplica por t, se suman los vectores y se iguala la primera coordenada con la primera y la segunda con la segunda.	$(x, y) = (-1 + 3t, 2 - 2t)$	$\left.\begin{array}{l} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \end{array}\right\}$
Ecuación continua: se despeja t en cada ecuación paramétrica y se iguala lo obtenido en cada una de ellas.	$t = \frac{x+1}{3}$, $t = \frac{y-2}{-2}$	$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2}$
Ecuación general: se multiplica en cruz y se pasa todo al mismo miembro de la igualdad.	$-2(x + 1) = 3(y - 2)$	$-2x - 3y + 4 = 0$
Ecuación explícita: se despeja la y.	$-3y = 2x - 4$	$y = \frac{-2x + 4}{3}$

Realiza estos mismos pasos para obtener las ecuaciones paramétricas, la continua, la general y la explícita de la recta dada por su ecuación vectorial $(x, y) = (1, -2) + t(-1, 2)$.

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

10 Funciones

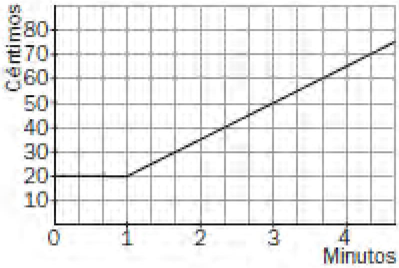
1. La siguiente gráfica muestra las pérdidas y las ganancias de una empresa de electrodomésticos a lo largo de un año.

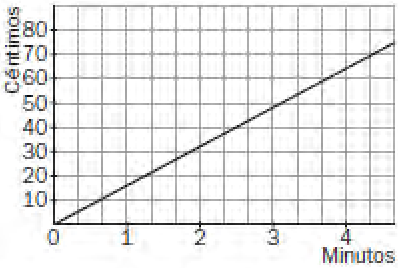


Completa la siguiente tabla.

Lenguaje cotidiano de las funciones	Lenguaje matemático de las funciones
a) ¿Durante qué años tuvo la empresa actividad?	$D(f) =$
b) ¿Entre qué valores ha oscilado la ganancia?	$R(f) =$
c) ¿Durante qué años ha tenido ganancias? ¿Y pérdidas?	$f(x)$ positiva: $f(x)$ negativa:
d) ¿En qué años crecieron las ganancias? ¿Y en cuáles disminuyeron?	Creciente: Decreciente:
e) ¿En qué año ha ganado más? ¿Y menos?	Máximo absoluto: Mínimo absoluto:
f) ¿En cuánto han variado las ganancias de 2001 a 2002? ¿Y de 2003 a 2004?	$TV[2001, 2002] =$ $TV[2003, 2004] =$
g) ¿En qué período ha ganado más, entre 2000 y 2001 o entre 2004 y 2005?	¿$TVM[2000, 2001] > TVM[2004, 2005]$?

2. Las siguientes gráficas muestran la forma de tarificar las llamadas de dos compañías de telefonía móvil diferentes.





Como puedes observar, ambas gráficas no son iguales, la principal diferencia es que una de ellas cobra el establecimiento de la llamada, incluyendo en este coste el primer minuto.

a) Comenta las tarifas de ambas compañías.

b) Si realizamos una llamada de cuatro minutos, ¿en qué compañía pagaremos menos? Y si la llamada es de ocho minutos, ¿qué compañía elegirías?

c) Expresa mediante una función el coste de las llamadas según su duración en cada una de las compañías.

d) Observa lo que ocurre si la llamada es de 300 segundos.

Si debido a su trabajo, tu padre mantiene largas conversaciones telefónicas, ¿qué compañía le recomendarías?

3. Representa gráficamente la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si} \quad x < 0 \\ x + 3 & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 5 \\ 3 & \text{si} \quad x > 5 \end{cases}$$

IES AZONA – ALMERÍA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN DE SEPTIEMBRE

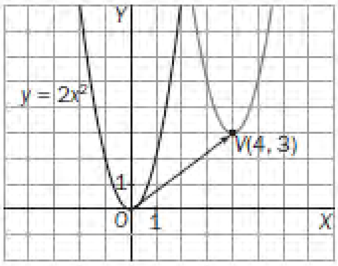
ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

11 Funciones cuadráticas y de proporcionalidad inversa

1. Halla el vértice y los puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas y represéntalas gráficamente.

a) $y = 2x^2 - 16x + 24$ b) $y = -x^2 + 2x + 3$ c) $y = x^2 + 4x + 3$

2. Observa en el siguiente ejemplo cómo representar la función $y = 2(x - 4)^2 + 3$ a partir de $y = 2x^2$.

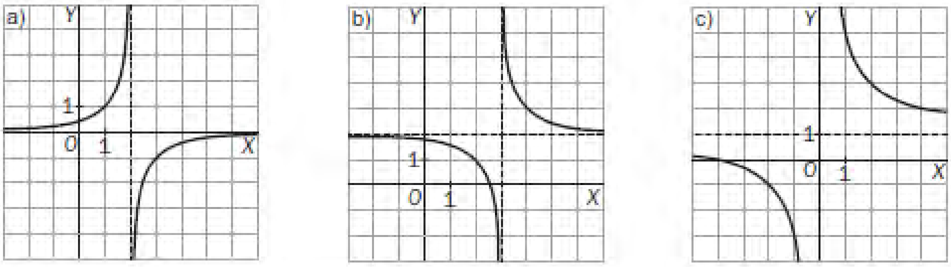


Explica cómo se ha obtenido la representación gráfica de la parábola a partir de la función $y = 2x^2$. Justifica el tipo de traslación.

De la misma manera que en el ejemplo, representa la función $y = -3(x + 5)^2 - 4$ a partir de $y = -3x^2$.

3. Asocia a cada gráfica una de estas fórmulas.

$y = \dfrac{4}{x} + 1$ $\qquad y = \dfrac{-1}{x - 2}$ $\qquad y = 2 + \dfrac{1}{x - 3}$



Calcula en cada caso el dominio y sus asíntotas.

4. María quiere comprarse una parcela rectangular que tenga 1200 m² de superficie. Escribe la función que da el largo de la parcela en función del ancho y haz la gráfica correspondiente.

5. Con 40 metros de alambre, se quiere construir una valla de forma rectangular. Responde a las siguientes cuestiones.

a) Llamando b a la base del rectángulo y h a la altura completa: 40 = ____ + _____.

b) Si la base mide 15 metros, ¿cuánto medirá la altura? ¿Y si mide 10 metros? ¿Y si mide 12? ¿Y si la base mide b metros?

c) Si b es la medida de la base, plantea la ecuación que permite obtener el área en función de b.

d) ¿De qué tipo de función se trata?

e) Como habrás comprobado, se trata de una función cuadrática. Represéntala gráficamente.

f) Vamos a maximizar el área. Es decir, vamos a hallar las dimensiones del rectángulo para que el área sea máxima. ¿Hacia dónde tiene la parábola orientadas las ramas? Entonces, ¿tiene máximo? Recuerda que el máximo de una parábola coincide con su vértice. Hállalo. La variable b es la base del rectángulo y la variable $A(b)$ es la superficie máxima. Ahora solo falta hallar la altura h.

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

12 Funciones exponenciales

El inspector Aguirre está investigando el robo de un cuadro, La amapola roja, en una famosa pinacoteca. Investigando el desagradable acontecimiento, sólo ha descubierto que puede estar en uno de los siguientes países: país A, país B, país C o país D. Inesperadamente, hasta su despacho ha llegado una misteriosa carta con una serie de pistas para descubrir el lugar donde se encuentra oculto el cuadro y el código de la caja fuerte en la que está escondido. ¿Le ayudas a descifrar las pistas?

1 *Pista 1.* La bandera del país donde está el cuadro tiene los colores rojo, verde y naranja. Para descifrar el país, debes tener en cuenta que cada color tiene asociado un número. Descubre cuáles son esos números y pinta las banderas. La pista es la siguiente: "Cada color es la imagen del 2 según las siguientes funciones:

- Rojo: $f(x) = 3^x$
- Naranja: $f(x) = 2 \cdot 5^x$
- Amarillo: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- Azul: $f(x) = 0{,}7^x$
- Verde: $f(x) = 4^x$
- Morado: $f(x) = 4 \cdot 0{,}2^x$

El país en el que se encuentra escondido el cuadro es el ____.

Color 9
Color 0.49
Color $\frac{1}{4}$
País A

Color 9
Color 16
Color 50
País C

Color 0.16
Color $\frac{1}{4}$
Color 50
País B

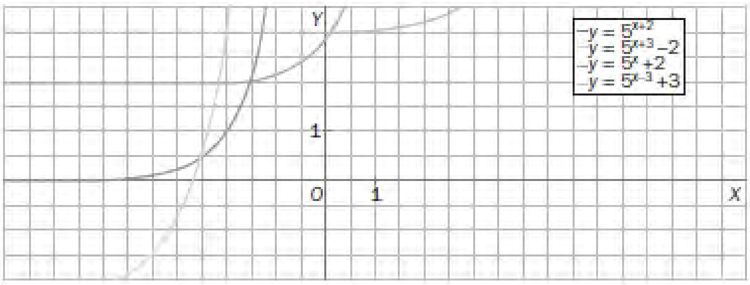
Color 0.49
Color 16
Color 0.16
País D

2 *Pista 2.* En ese país hay tres ciudades en las que se puede encontrar el cuadro. La ciudad buscada es la que tiene asociada la única función creciente que pasa por el punto (3, 32).

- Ciudad 1: $f(x) = 2^x$
- Ciudad 2: $g(x) = 2^{x+2}$
- Ciudad 3: $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

La ciudad donde está escondido el cuadro es la _____.

3 *Pista 3.* El nombre de la calle es un número. Las siguientes gráficas se han obtenido mediante traslaciones de la función $f(x) = 5^x$. Halla la expresión algebraica de cada una de ellas, explicando el proceso que has seguido. Después calcula la imagen del 10 para cada una de las funciones. Suma los resultados y obtendrás el nombre de la calle.



El nombre de la calle en la que se encuentra escondido el cuadro es C/ ___________________.

4 *Pista 4.* El número de la calle es la suma de las coordenadas del punto en el que se cortan las gráficas de las funciones $f(x) = 2 \cdot 4x$ y $g(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$. Representa gráficamente ambas funciones y observa el punto de corte. El número en el que se encuentra escondido el cuadro es ____.

5 *Pista 5.* La primera parte del código de la caja fuerte donde está escondido el cuadro es la solución del siguiente problema: "Mediante los controles de calidad de una empresa de electrodomésticos, se ha comprobado que el porcentaje de lavadoras que siguen funcionando al cabo de t años viene dado por la función $f(t) = \left(\frac{5}{6}\right)^t$. ¿Qué porcentaje de lavadoras dejará de funcionar durante el quinto año?"

La primera parte del código de la caja fuerte en la que se encuentra escondido el cuadro es _______.

6 *Pista 6.* La segunda parte del código de la caja fuerte es la parte entera de la solución del siguiente problema: "El precio de un garaje es, inicialmente, de 15 000 euros. Este precio aumenta un 2,5% al año. ¿Cuánto valdrá el garaje dentro de cinco años si el precio sigue creciendo en las mismas condiciones?"

La segunda parte del código de la caja fuerte donde está escondido el cuadro es ________.

¡Ya has descubierto el lugar donde se encuentra La amapola roja!

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

13 Estadística unidimensional

1 De las siguientes variables estadísticas, señala cuáles son discretas y cuáles son continuas.

a) El número de calzado de los alumnos de una clase.
b) El peso de cada naranja que produce un naranjo.
c) La distancia saltada por los participantes en salto de longitud.
d) El valor que ha tenido el Euríbor a lo largo de un año.

2. En un centro educativo participan en una liga escolar dos equipos: uno de cuarto de ESO y uno de tercero de ESO. Los resultados de estos equipos en los 10 primeros partidos han sido los siguientes.

3.° de ESO			4.° ESO		
Goles marcados	Goles encajados	Puntos en la liga	Goles marcados	Goles encajados	Puntos en la liga
4	1	3	2	2	1
5	2	6	3	0	4
0	2	6	3	0	7
6	1	9	3	0	10
1	2	9	1	4	10
0	1	9	2	2	11
2	0	12	2	2	12
6	2	15	3	0	15
0	0	16	2	2	16
0	1	16	3	4	16

a) ¿Cuál es la media de los goles marcados por cada uno de los equipos? ¿Cuál es la desviación típica de los goles marcados? ¿Cuál de los dos equipos es más regular?
b) ¿Cuál es la media de los goles encajados por cada equipo? ¿Cuál es la desviación típica de los goles encajados? ¿Qué portero es mejor? ¿Qué portero es más regular?
c) Haz un diagrama de barras con los goles marcados por cada uno de los equipos.

3. En un pueblo se quiere hacer un estudio sobre los niveles de hierro en sangre de los niños. Para ello, se ha elegido una muestra de 40 niños. Los resultados obtenidos están reflejados en la siguiente tabla.

Hierro (μg/dl)	[15, 50)	[50, 85)	[85, 120)	[120, 155)
N.° de niños	3	16	20	1

a) ¿Cuál es la población? ¿Y la muestra? ¿Y la variable en estudio? Clasifícala.
b) Construye la tabla de frecuencias y el histograma asociado.
c) Se considera que un niño tiene anemia si su nivel de hierro es inferior a 50 μg/dL. En vista de la tabla anterior, ¿qué porcentaje de niños tiene anemia?

4. Las tablas de crecimiento se construyen estudiando la altura y el peso de una muestra representativa de niños. Alberto va a revisión cuando cumple 14 años y el médico le dice que su altura está en el tercer cuartil y su peso, en la mediana de la tabla. ¿Qué significa lo que le ha dicho?

5. El número de hermanos que tienen los alumnos de una clase es el siguiente.

7 alumnos son hijo único 10 tienen un hermano 8 tienen dos hermanos 5 tienen más de dos hermanos.
Representa el número de hijos de cada familia en un diagrama de barras y en un diagrama de sectores.

6. Se ha hecho una encuesta a 25 mujeres de una empresa sobre el número de hijos que tienen. Los datos recogidos se han resumido en una tabla de frecuencias, pero se han borrado algunos. Completa la tabla de frecuencias y después construye el diagrama de barras correspondiente. Contesta a las cuestiones.

N.° de hijos	f_i	F_i	h_i	H_i
0		4		
1		11		
2	10			
3		24		
4		24		
5				

a) ¿Cuántos hijos por término medio tiene cada mujer?
b) ¿Cuál es el número de hijos tal que el 50% de las mujeres tienen menos hijos y el 50% más?
c) ¿Cuál es el número de hijos que tienen la mayoría de las mujeres?
d) ¿Cuántas mujeres tienen tres o menos hijos?
e) ¿Qué porcentaje de mujeres tiene 5 hijos?

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

14 Técnicas de recuento

1. Voy a grabar en un CD una canción de cada uno de mis tres grupos preferidos. De Amaral tengo tres canciones: *Te necesito, Sin ti no soy nada* y *Moriría por vos*; de Black Eyed Peas dispongo de dos: *Shut up* y *Hey mama*, y de Shakira, de otras dos: *Suerte* y *Te dejo* Madrid. Dibuja un diagrama de árbol que represente todas las temas posibles.

2. Completa con números el crucigrama.

HORIZONTALES:

1. $\frac{5!}{4!}$; $C_{10,2}$ **2.** $VR_{4,8}$ **3.** $V_{5,2}$; P_5

4. Tercer elemento de la fila décima del triángulo de Pascal; 1! – 0!

5. $\frac{7!}{6!}$; $C_{7,4} - C_{3,2}$ **6.** $C_{12,3}$; $C_{5,3}$

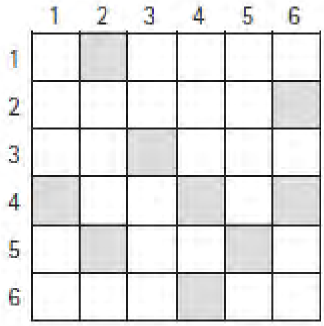
VERTICALES:

1. $C_{35,2} - VR_{2,5} - 0!$; $C_{13,2} - P_3$ **2.** $C_{15,2} + VR_{7,2}$; 2!

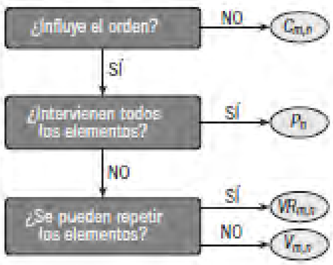
3. $VR_{5,2}$; $VR_{5,4} - VR_{10,2} + 5$.

4. Valor de x distinto de 4 que cumple: $\binom{435}{4} = \binom{435}{x}$; 2!

5. $C_{35,2} - VR_{2,5} + 99$; 0! **6.** $3! - 0!$; $C_{6,3}$



3. Las tarjetas utilizadas en los cajeros automáticos tienen asociada una clave de cuatro cifras. Para saber cuántas claves distintas existen, primero vamos a reconocer el tipo de configuración a partir de tres preguntas clave:



¿Influye el orden en el que colocamos los elementos?

Sí importa el orden. La clave 1234 es distinta de la clave 2134.

¿Intervienen todos los elementos en todas las configuraciones?

No intervienen todos los elementos en las configuraciones, ya que son códigos de cuatro cifras y el número de elementos disponibles es 10: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

¿Pueden repetirse los elementos en una misma configuración?

Sí que pueden repetirse. Por ejemplo, 2232 es una clave.

Son, por tanto, variaciones con repetición de 10 elementos tomados de cuatro en cuatro: $VR_{10,4} = 10^4 = 10\,000$. Existen 10 000 códigos.

Ahora contesta a las siguientes preguntas siguiendo un esquema como el anterior:

a) Si no se pudieran repetir las cifras, ¿cuántos códigos existirían?

b) ¿Cuántos códigos existen con las cifras 1, 2, 3 y 4, sin repetirlas?

4. En un centro escolar se organiza una rifa para financiar un proyecto de construcción de una escuela en Chad. En una urna se introducen diez bolas con los diez dígitos del 0 al 9. Se hacen tres extracciones, la primera corresponde a las unidades, la segunda a las decenas y la tercera a las centenas.

a) Si se venden tantas papeletas como números pueden salir elegidos en el sorteo, ¿cuántas papeletas se venderán? ¿Qué técnica puedes utilizar para calcular el número de papeletas?

b) Los alumnos de segundo de ESO deciden que ellos venderán aquellas papeletas en las que todas las cifras sean diferentes. ¿Cuántas papeletas les corresponde vender?

c) Se decide hacer otra rifa solo entre los alumnos de cuarto de ESO y esta vez se extraen tres bolas y para ganar la rifa basta con tener un número con las tres cifras extraídas no importa en qué orden. ¿Cuántas papeletas tendrán que hacer esta vez?

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

15 Sucesos y probabilidad

1. Completa las siguientes frases, referidas al experimento que consiste en lanzar un dado cúbico.

a) El conjunto de todos los resultados posibles es $E = \{$__________$\}$ y recibe el nombre de __________.

b) El suceso $A = \{3\}$ es uno de los resultados posibles y se llama __________.

c) Un suceso $B = \{$*sacar un 7*$\}$ se llama suceso __________.

d) El suceso $C = \{$__________$\}$ se llama __________ y está formado por todos los números impares.

e) El suceso contrario del suceso $D = \{1, 2, 4, 5\}$ es __ $= \{$__________$\}$.

f) El suceso $F = A \cup D = \{$__________$\}$ se llama __________, y el suceso $G =$ __________ $=$
$= \{$__________$\}$ se llama intersección de los sucesos A y D. A y D son sucesos __________.

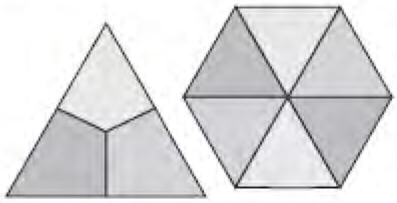
2. A Pedro, María y Beatriz les encanta el parchís y esta tarde han decidido quedar para echar una partida. Para elegir quién empieza a jugar cada uno tira el dado y el que obtenga puntuación mayor será el primero en empezar, si hay empate se vuelve a tirar. Pedro y María ya han tirado y han sacado un 3 y un 4. Es el turno de Beatriz: si saca más de 4 empieza ella, si saca menos de 4 empieza María pero si saca un 4 deben tirar otra vez María y ella hasta desempatar.

a) ¿Qué probabilidad hay de no tengan que desempatar y le toque empezar a María?

b) ¿Qué probabilidad hay de que no tengan que desempatar y le toque empezar a Beatriz?

c) ¿Qué probabilidad hay de que tengan que desempatar? ¿Y de que empiece Pedro?

3. Copia las figuras del dibujo en una cartulina, y recórtalas y coloréalas como se indica.
Clavándole a cada pieza una chincheta a modo de eje, tendremos dos peonzas, una triangular y otra hexagonal.



a) Calcula la probabilidad de que salga cada uno de los tres colores en cada peonza.

b) Completa la siguiente tabla con la frecuencia relativa en cada caso.

	10 lanzamientos		20 lanzamientos		30 lanzamientos	
Peonza	**Triangular**	**Hexagonal**	**Triangular**	**Hexagonal**	**Triangular**	**Hexagonal**
Verde						
Rojo						
Azul						

c) Compara los resultados de los apartados anteriores.

4. En una urna hay 20 bolas numeradas del 1 al 20. Considera el experimento consistente en extraer una bola de la urna. ¿Cuál es el espacio muestral? Sean los sucesos A = "la bola extraída es múltiplo de 2" y B = "la bola extraída es menor que 7": Halla:

a) $P(A)$

b) $P(B)$

c) $P(\text{ser impar})$

d) $P(\overline{B})$

e) Halla $P(A \cap B)$ ¿Son independientes los sucesos A y B?

f) Sea par o menor que 7

ALUMNO/A: ______________________________ NIVEL: 4º OPCIÓN A

16 Probabilidad compuesta

1 En un concurso de televisión hay una piscina con bolas blancas, rojas y azules. Cada una de las bolas está numerada con el número 1 ó 2. El presentador le dice al concursante que debe elegir una bola y un número (por ejemplo, azul y 2) y, con los ojos vendados, sacar una bola de la piscina. Si acierta el color y el número, se lleva 6000 euros; si solo acierta el número, 2000, y si solo acierta el color, gana 3000 euros. La cantidad de bolas de cada color y número viene dada por la siguiente tabla.

	Blanca	Roja	Azul	Total
1	120	90		310
2	80		80	
Total		210		

El concursante elige *blanca y 2*. Completa la tabla y responde a las siguientes preguntas.

a) ¿Cuántas bolas blancas con el número 1 hay en la piscina?

b) ¿Qué porcentaje de bolas rojas hay?

c) De las bolas blancas, ¿qué porcentaje hay que tengan el número 1?

d) ¿Qué probabilidad tiene de ganar algún premio el concursante?

e) ¿Qué habrías apostado tú?

2. Tenemos dos urnas. En la urna 1 hay una bola blanca y una roja y en la urna 2 hay una bola blanca, dos azules y una negra. Considera el experimento consistente en extraer simultáneamente una bola de cada urna y anotar su color.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Escribe el suceso A = "alguna bola es roja".

c) Escribe el suceso B = "la primera bola es blanca".

d) Halla A'.

e) Halla $A \cap B$.

3. La probabilidad de que un jugador de baloncesto meta una canasta es 0,85. El jugador va a lanzar dos tiros libres. Por cada acierto obtienen un punto. Calcula:

a) La probabilidad de que obtenga un punto.

b) La probabilidad de que obtenga dos puntos.

c) La probabilidad de que no obtenga ningún punto.

4. Halla la probabilidad de que al lanzar dos dados cúbicos se obtengan los siguientes resultados.

a) El primer resultado sea 4.

b) La suma sea 6.

c) El producto sea 12.

d) El primer resultado sea 2, y el segundo, impar.

Para resolver este problema, completa la tabla siguiente.

Sucesos	Casos favorables	N.º de casos favorables	N.º de casos posibles	Probabilidad
a)	(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)	6	36	$\frac{6}{36} = 0,17$
b)				
c)				
d)				